**Thuật toán Tarjan(Tarjan Algorithm)**

Thuật toán Tarjan cũng có thể được sử dụng để tìm các đỉnh trụ (articulation points) trong một đồ thị vô hướng. Đỉnh trụ là một đỉnh trong đồ thị, khi xóa đỉnh đó và các cạnh liên quan đến nó, đồ thị bị tách thành hai hay nhiều thành phần liên thông khác nhau hơn trước.

Tư tưởng của thuật toán Tarjan để tìm đỉnh trụ như sau:

1. Duyệt đồ thị theo độ sâu (depth-first search), bắt đầu từ một đỉnh bất kỳ trong đồ thị.
2. Gán số thứ tự duyệt (dfs number) cho từng đỉnh, và lưu trữ số thứ tự này trong một mảng.
3. Đối với mỗi đỉnh, lưu trữ số thứ tự thấp nhất mà có thể đến được từ đỉnh đó thông qua các cạnh lùi (back edge) trong quá trình duyệt đồ thị. Nếu có đỉnh kề của đỉnh hiện tại chưa được duyệt, duyệt đến đỉnh đó và cập nhật số thứ tự thấp nhất của đỉnh hiện tại nếu cần.
4. Nếu đỉnh hiện tại là gốc của cây duyệt đồ thị và có hai đỉnh con trở lên trong cây, hoặc nếu số thứ tự thấp nhất của bất kỳ đỉnh con nào trong cây không vượt quá số thứ tự của đỉnh hiện tại, thì đỉnh hiện tại là đỉnh trụ.

Thuật toán này có độ phức tạp O(|V| + |E|), với |V| và |E| lần lượt là số đỉnh và số cạnh của đồ thị. Kết quả của thuật toán là tập hợp các đỉnh trụ trong đồ thị.

Đây là một ví dụ về mã C++ để liệt kê các đỉnh trụ trong đồ thị sử dụng thuật toán Tarjan:

Trong đoạn mã này, hàm **tarjan** thực hiện thuật toán Tarjan để tìm các đỉnh trụ. Biến **dfn** lưu trữ số thứ tự duyệt của mỗi đỉnh, **low** lưu trữ số thứ tự thấp nhất mà có thể đến được từ đỉnh đó thông qua các cạnh lùi, **vis** là một mảng đánh dấu đã duyệt qua các đỉnh hay chưa, **cut** là một mảng đánh dấu các đỉnh trụ, và **adj** là danh sách kề của đồ thị.

Trong hàm **tarjan**, đầu tiên gán số thứ tự duyệt và số thứ tự thấp nhất cho đỉnh hiện tại, đánh dấu đỉnh này là đã duyệt, và duyệt qua các đỉnh kề của đỉnh hiện tại. Nếu đỉnh kề chưa được duyệt, thực hiện đệ quy tới đỉnh đó và cập nhật số thứ tự thấp nhất của đỉnh hiện tại nếu cần. Nếu số thứ tự thấp nhất của đỉnh kề không vượt quá số thứ tự duyệt của đỉnh hiện tại, thì đỉnh hiện tại

Text

Description automatically generated